



## تشخیص و تصحیح خطای کانال به وسیله مدل آیزینگ با استفاده از الگوریتم تبرید تدریجی

جعفر فروزان فر<sup>+</sup>، مجید وفايي جهان\*

+ دانشجوی کارشناسی ارشد، نرم افزار، دانشگاه آزاد اسلامی مشهد، j\_foroozanfar@yahoo.com

\* دکترای تخصصی کامپیوتر، گروه کامپیوتر، دانشگاه آزاد اسلامی مشهد، VafaeiJahan@mshdiau.ac.ir

### چکیده

برخی از اجسام فیزیکی دارای خواصی هستند که می توان از این خواص برای حل مسائل و مشکلات مهم استفاده کرد، یکی از این کاربردها استفاده از این اجسام برای کد کردن داده ها است. اسپین گلاس های مواد مغناطیسی هستند که در مقاله پیش رو از آن ها برای تشخیص و تصحیح خطای کانال استفاده شده است. یکی از مشکلاتی که در ارتباطات سیستم ها به وجود می آید پدیدار شدن خطا در بیت های ارسالی است. اکثر روش هایی که در مواجهه با خطا وجود دارند فقط می توانند خطا را تشخیص دهند و روش های کمتری برای تصحیح خطا وجود دارد. در این مقاله روشی جدید برای تشخیص و تصحیح خطا ارائه شده است که بر اساس اسپین گلاس های مدل آیزینگ و برهم کنش بین این اسپین هاست که در آن از الگوریتم تبرید تدریجی که از روش های بهینه سازی می باشد استفاده شده است.

**واژه های کلیدی:** اسپین گلاس، خطا، تبرید تدریجی، برهم کنش، تصحیح خطا

دارد، دیگر هیچ تغییری در اسپین ها دیده نمی شود و سیستم به حالت ایستا می رسد [1,2].

### ۱- مقدمه

اسپین گلاس ها مواد مغناطیسی هستند که در تبادل برهم کنش بین اسپین ها دارای بی نظمی زیادی هستند. در دمای پایین، درجه آزادی اسپین ها کاهش یافته و این طور احساس می شود که یک الگوی تصادفی فضایی از اسپین ها به وجود آمده است که حالت این اسپین ها با گذر زمان تغییر نمی کند [3,4].

مطالعات نشان می دهد که اکثر سیستم های پیچیده دارای تعاملی همانند عملکرد اتم ها، در سطح مولکولی هستند. به طوری که می توان با بررسی خواص این گونه سیستم ها آن ها را به سیستم های مشابه حتی در سطح ماکروسکوپی تسری داد. یکی از مدل هایی که در این زمینه ارائه شده است مدل آیزینگ است. مدل آیزینگ شبکه ای از اسپین هاست که هر اسپین دارای دو مقدار +1 و -1 است که به واسطه خاصیت مغناطیسی بینشان با یکدیگر برهم کنش<sup>۱</sup> دارند که این برهم کنش باعث تغییر حالات اسپین ها می شود. زمانی که سیستم در حالت کم ترین انرژی قرار

مدل سیستمی رایج برای اسپین گلاس ها مدل ادوارد اندرسون<sup>۲</sup> (EA) است [5]. که در آن تغییرات تصادفی در هر برهم کنش، تأثیری در برهم کنش های دیگر ندارد و اسپین ها در حالت فریز هستند. نوع دامنه نامتناهی

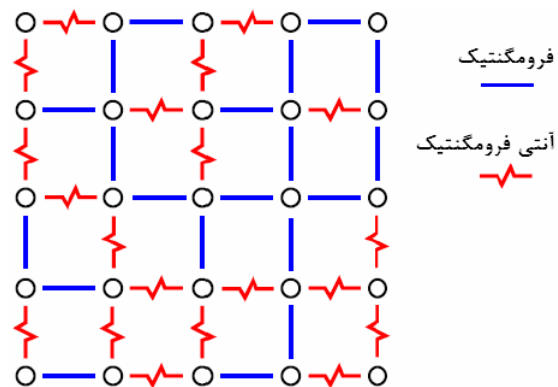
فرض شود یک توالی از بیت‌ها که به آن پیام<sup>۴</sup> نیز گفته می‌شود قرار است به فرد خاصی ارسال شود، که این پیام بایستی از یک کانال نویزدار انتقال یابد. گیرنده باید نویز را حذف کرده و پیام حقیقی را استخراج نماید. برای این هدف یک راه موثر اینست که قبل از ارسال پیام بیت‌هایی به آن اضافه شود که به این کار کدگذاری<sup>۵</sup> یا کدبرداری<sup>۶</sup> می‌گویند. مثلاً بیت '1' را به صورت '111' کد کرده که یک تکرار ساده از این بیت است و به جای خود بیت این رشته '111' به کانال تحویل داده شود. هنگامی که نرخ نویز بسیار کوچک است که در اکثر کانال‌های انتقالی مدرن نیز همین‌طور است، تنها یک بیت از این سه بیت دچار نویز شده و تغییر می‌کند و گیرنده به راحتی خطا را تشخیص داده و داده درست را استخراج می‌کند. که به این روش، کد تکرار می‌گویند.

روش دیگر که پیچیده‌تر از روش قبلی است کد پرتی<sup>۷</sup> چک نام دارد که به دو دسته پرتی زوج و پرتی فرد تقسیم می‌شود. در این روش به پیام یک بیت اضافه می‌شود. یکی از اشکالات این روش این است که گیرنده فقط خطاهای فرد بیتی را تشخیص می‌دهد و اگر تعداد زوجی از بیت‌ها دچار خطا شوند این خطا تشخیص داده نمی‌شود و اشکال دیگر آن این است که فقط می‌تواند خطا را تشخیص دهد و نمی‌تواند آن را تصحیح نماید.

راه‌هایی برای تصحیح خطا نیز وجود دارد، یک روش ساده استفاده از پرتی سطری و ستونی (بلاکی) است که در شکل ۲ نشان داده شده است. برای ارسال ۹ بیت به عنوان مثال '110101111' یک ماتریس ۴\*۴ را ایجاد کرده و پرتی برای سطر و ستون آن محاسبه می‌شود که در شکل 2(a) نشان داده شده است. اگر فقط یک بیت از این بلوک ۱۶ تایی تغییر کند مثلاً بیت ارائه شده در 2(b)، گیرنده پرتی را چک می‌کند و بیت ناسازگار را تشخیص داده و آن را تصحیح می‌نماید.

مدل EA، مدل SK<sup>۲</sup> است که مبتنی بر تئوری فیلد میانه‌ی اسپین گلاس‌ها است. پس از تحقیقات و پژوهش‌های بسیار محققان، این نتیجه حاصل شده است که مدل SK دارای حالت اسپین گلاس پایداری در دمای پایین است [6,7].

از حیث تئوری یک مدل اسپین گلاس یک شبکه از N اسپین است که ساختار آن می‌تواند به صورت دوبعدی  $N = L^2$  یا سه بعدی  $N = L^3$  مطرح گردد. اسپین‌ها نسبت به یکدیگر خاصیت فرومگنتیک یا آنتی فرومگنتیک دارند این ساختار در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱- یک مدل اسپین گلاس دوبعدی با نمایش نیروی فرومگنتیک (خط ساده) و آنتی فرومگنتیک (خط اعوجاج)

### بین اسپین‌ها

پس از مقدمه در بخش ۲ در مورد تئوری اطلاعات بحث خواهد شد و تئوری‌های رایج تشخیص و تصحیح خطا مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش ۳ روش جدیدی برای این منظور ارائه می‌شود و جزئیات آن به طور کامل بیان خواهد شد، در بخش ۴ به تحلیل و آزمایش این روش پرداخته و میزان دقت آن در برابر بروز خطا بررسی می‌شود و سرانجام در بخش ۵ به نتیجه‌گیری پرداخته خواهد شد.

### ۲- مروری کوتاه بر تئوری اطلاعات:

⁴ - Message  
⁵ - coding  
⁶ - encoding  
⁷ - parity check

Sherrington-Kirkpatrick-<sup>۲</sup>

یکی دیگر از طرح‌هایی که در مورد تصحیح خطا ارائه شده، طرح مربوط به هیدتوشی نیشیموری<sup>۹</sup> است [8]. این طرح مبتنی بر اسپین گلاس‌های مدل آیزینگ است و در آن به جای انتقال پیام اصلی برهم کنش بین اسپین‌ها ارسال می‌شود. گیرنده پس از دریافت پیام به وسیله روابط احتمالی پیام درست را استخراج می‌کند.

در این با الهام گرفتن از روش [8] روش جدیدی ارائه گردیده است، این روش مبتنی بر اسپین گلاس‌های مدل آیزینگ است که در آن ابتدا برهم کنش بین اسپین‌ها مشخص شده و به جای انتقال پیام اصلی، برهم کنش‌های بین این اسپین‌ها ارسال می‌شود. گیرنده پس از دریافت پیام با استفاده از الگوریتم ارائه شده وجود و یا عدم وجود خطا را تشخیص داده و در صورت بوجود آمدن خطا آن را تصحیح می‌نماید.

### ۳- روش پیشنهادی

ایده اصلی این روش، سیستم‌های اسپین گلاس آیزینگ است. مقدار '1' با مقدار اسپین آیزینگ  $(-1)^1 = -1$  و مقدار '0' با مقدار آیزینگ  $(-1)^0 = 1$  نگاشت داده می‌شود. پس مقادیری به پیمانانه دو به وجود خواهد آمد که مطابق با تولید مقادیر اسپین آیزینگ  $\bar{1}$  است [8]. اگر مثال نمایش داده شده در شکل ۳ در نظر گرفته شود و فرض شود قرار است شبکه اسپین نمایش داده شده در شکل 3(a) فرستاده شود. یک ایده ساده این است که برهم کنش بین اسپین‌هایی که در همسایگی سایت‌های  $i$  و  $j$  هستند را به صورت:

$$J_{ij}^0 = x_i x_j (= \bar{1})$$

تعریف کنیم، این دستورالعمل مطابق با مدل ماتیس<sup>۱۰</sup> از اسپین گلاس‌ها است.

در روش ارائه شده در این مقاله به جای ارسال پیام اصلی مجموعه‌ای از برهم کنش‌های بین اسپین‌ها ارسال می‌شوند. به این ترتیب که ابتدا مجموعه‌ای از برهم کنش‌های بین اسپین‌ها  $\{J_{ij}^0\}$  از طریق کانال نویزدار

a				b			
1	1	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	1	0	1	0
1	1	1	1	1	1	0	1
1	0	0	1	1	0	0	1

شکل ۲- کد پرتی سطری-ستونی. در (a) بیت پیام به ۱۶ بیت کد می‌شوند. خروجی ممکن است دارای خطا باشد که در (b) نشان داده شده است.

یکی از مسائل مهم در این روش‌ها اینست که چند بیت افزونگی داریم، یعنی بایستی چند بیت به پیام قبل از تغذیه آن به کانال اضافه شود. اگر طول پیام اصلی  $n$  و طول پیام کد شده  $m$  بیت باشد نسبت  $R = \frac{n}{m}$  که بین صفر و یک است را نرخ کد یا نرخ انتقال می‌گویند.

برای  $R$  نزدیک به ۱، انتقال کارا است (زیرا تعداد بیت‌های افزونگی کم است) ولی اطمینان کم است (زیرا گیرنده تعداد کمی بیت اضافی برای استخراج پیام واقعی در اختیار دارد). اگر  $R$  کوچک باشد، کارایی کم ولی قابلیت اطمینان بالا است. یکی از مسائل مهم این است که چگونه  $R$  بزرگی داشته باشیم درحالی که اطمینان بالا نگه داشته شود.

جواب این مسئله در تئوری کدگذاری کانال شانون<sup>۱۱</sup> است. اگر نویز در کانال دارای این خصوصیت باشد که مقدار یک بیت را با احتمال  $p$  به مقدار دیگرش تغییر دهد (از صفر به یک یا از یک به صفر). ظرفیت کانال به وسیله فرمول زیر بدست می‌آید [17]:

$$C = 1 + p \log_2 p + (1 - p) \log_2 (1 - p) (< 1)$$

تئوری کدگذاری کانال در صورتی می‌تواند خطا را تصحیح کند که  $R < C$  باشد.

البته عبارت بالا یک عبارت کلی است زیرا می‌شود افزونگی نامحدودی ( $n \gg m$  یا  $R \leftarrow 0$ ) داشت تا به اطمینان بسیار بالا رسید.

<sup>۹</sup> Hidetoshi Nishimori  
<sup>۱۰</sup> Mattis

<sup>۱۱</sup> Shannon

به طور کلی انرژی سیستم در مدل اسپین گلاس با توجه به خواص ذکر شده از رابطه زیر محاسبه می شود [2,9,10]:

$$E(\{x_i\}) = \left[ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m x_i J_{ij} x_j \right] + \left[ -\sum_{i=1}^N h_i x_i \right] \quad (1)$$

که  $E(\{x_i\})$  انرژی کل سیستم و  $N$  اندازه پیام ارسالی است.  $m$  تعداد همسایه های هر اسپین و  $J_{ij}$  خاصیت مغناطیسی بین اسپین ها و  $h_i$  انرژی داخلی هر اسپین است. اگر  $J_{ij} > 0$  [آنگاه مدل فرومگنتیک است یعنی تعامل سعی دارد که اسپین ها را به یک جهت ببرد و در غیر این صورت آنتی فرومگنتیک است یعنی تعامل سعی دارد که اسپین ها را به جهت مخالف ببرد. مقدار  $\frac{1}{2}$  نیز نشان دهنده دو بار شمارش در محاسبه تابع انرژی است.

می توان فرمول بالا را به صورت زیر نیز بازنویسی کرد که (2) انرژی هر اسپین و (3) انرژی کل سیستم است [11]:

$$E(x_i) = \left[ -\sum_{j=1}^m x_i J_{ij} x_j \right] + [-h_i x_i] \quad (2)$$

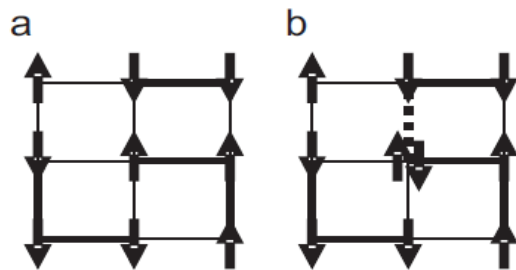
$$E(\{x_i\}) = \sum_{i=1}^N E(x_i) \quad (3)$$

که در (2)،  $J_{ij}$ ها همسایه های اسپین هستند و  $m$  تعداد همسایه های اسپین است، لازم به ذکر است که در مدل اتوماتای سلولی<sup>۱۱</sup> وان نیومان تعداد همسایه ها  $m = 4$  و برای اتوماتای سلولی مور تعداد همسایه ها  $m = 8$  تعریف شده است [12]. که در این مقاله برای توپولوژی شبکه به صورت آرایه ای چرخشی  $m = 4$  و برای توپولوژی آرایه ای، برای اسپین های میانی  $m = 4$  و برای اسپین های قرار گرفته در محیط و گوشه ها  $m = 2$  و برای دیگر اسپین های قرار گرفته در محیط  $m = 3$  در نظر گرفته شده است.

ارسال می شوند. گیرنده نسخه دارای نویز  $\{J_{ij}\}$  از برهم کنش ها را دریافت می کند که در آن برخی از  $J_{ij}$ ها از حالت اصلی خود تغییر کرده اند یعنی  $J_{ij} = -J_{ij}^0$

اگر همه برهم کنش ها بدون خطا ارسال شوند (یعنی  $J_{ij} = J_{ij}^0 \forall (ij)$ ) گیرنده به راحتی می تواند حالت اصلی اسپین ها را بازیابی کند. برای راحتی بازیابی حالت اسپین ها، گیرنده و فرستنده قبل از ارسال، قانونی را بین خود به اشتراک می گذارند مثلاً این قانون که بالاترین بیت در سمت چپ بایستی '1' باشد و سپس از روی برهم کنش های دریافتی حالات اسپین های دیگر را می سازد. گیرنده فقط با داشتن اطلاعات  $\{J_{ij}^0\}$ ، حالت اسپین های همسایه دیگر را از سمت چپ بالا در شکل 3(a) بر اساس علامت برهم کنش بین آن دو پیدا می کند و با تکرار این کار تا انتها، حالات همه اسپین ها را حدس می زند.

فرض شود که یک برهم کنش دچار نویز شده و تغییر کند که در شکل 3(b) نشان داده شده است. این تغییر باعث می شود که گیرنده در ساختن حالت اصلی اسپین ها دچار مشکل شود و اسپین هایی با حالاتی متفاوت از اسپین های ارسالی را بسازد در این مورد گیرنده در یک یا چندین مورد از تعیین حالات اسپین ها دچار خطا می شود (یعنی  $J_{ij} \neq x_i x_j$ ).



شکل ۳- شبکه اسپینی نشان داده شده در (a) به وسیله برهم کنش بین اسپین ها کد می شود. خطوط تیره نشان دهنده برهم کنش فرومگنتیک و خطوط دیگر نشان دهنده برهم کنش های آنتی فرومگنتیک است. در (b) یک نویز در برهم کنش ها رخ داده است.

<sup>۱۱</sup> Cellular Automata

پیشنهادی از الگوریتم تبرید تدریجی<sup>۱۲</sup> استفاده شده است و سعی می‌شود تا با توجه به این الگوریتم بهینه‌سازی، سیستم به حالت کمترین انرژی که همان حالت بدون خطا است سوق داده شود. این الگوریتم، در الگوریتم ۱ ارائه شده است.

اسپینی به تصادف انتخاب می‌شود و حالتش عوض می‌گردد (از صفر به یک و یا از یک به صفر) و انرژی سیستم محاسبه می‌شود اگر این تغییر باعث بهبود سیستم شده بود آنگاه حالت اسپین همین حالت جدید خواهد شد. بنابراین همواره الگوریتم سعی می‌کند انرژی را کاهش دهد. البته این امر همیشه میسر نیست به عبارتی ممکن است الگوریتم در موقعیتی غیر بهینه گرفتار شده باشد و تغییرات انرژی صفر باشد که در این صورت برای رهایی از آن به صورت احتمالی با مسئله برخورد می‌شود (احتمالی تغییر حالت را پذیرا می‌گردد). شیوه اعمال احتمال تغییر حالت بر اساس روشی است که مدل‌های مبتنی بر ماشین بولتزنم و تبرید تدریجی نشان می‌دهند [11]. به این صورت که احتمال مشروط تغییر هر نرون در ماشین

بولتزنم برابر با  $e^{-\frac{\Delta E}{T}}$  است که در اینجا  $\Delta E$  میزان تغییر انرژی هر نرون با توجه به تغییرات تمام نرون‌های سیستم است و  $T$  دما در زمان اعمال تغییرات می‌باشد [13]. در این مقاله از این موضوع الگو برداری شده و تغییر حالت اسپین با احتمال ذکر شده در مدل ماشین بولتزنم پذیرفته می‌شود. این عمل تا رسیدن به کمترین مقدار انرژی یا سرد شدن کامل سیستم ادامه می‌یابد. برای گرم و سرد کردن سیستم از روال حاکم بر الگوریتم‌های تبرید تدریجی استفاده شده است [14]. بدین صورت که در ابتدا دمای محیط یک عدد بزرگ (مثلاً ۲) در نظر گرفته شده و در هر بار اعمال تغییرات، دمای محیط به تدریج کاهش داده می‌شود تا دمای محیط به مقدار  $\alpha$  برسد (در این مقاله  $\alpha$  برابر با ۰,۰۰۰۵ در نظر گرفته شده است). عمل گرم و سرد کردن تدریجی سیستم می‌تواند در طول اجرا چندین بار تکرار شود تا الگوریتم در نقاط کمینه محلی گرفتار نشود [15, 16]. پس از اعمال این الگوریتم انرژی سیستم به کمترین مقدار

گیرنده پس از دریافت برهم کنش‌های بین اسپین‌ها، حالات اسپین‌ها را می‌سازد و انرژی سیستم را با توجه به فرمول (3) محاسبه می‌کند.

برای تصحیح خطا از ایده مطرح شده در [18] استفاده شده است. در این مقاله اثبات شده است که کمترین خطا زمانی اتفاق می‌افتد که انرژی سیستم کمترین مقدار خود باشد به عبارت دیگر هر چه انرژی سیستم کمتر باشد خطای کمتری در آن وجود دارد و در صورتی که این انرژی کمترین مقدار ممکن خود باشد سیستم بدون خطا خواهد بود.

همان‌طور که گفته شد انرژی سیستم از طریق فرمول‌های (۲) و (۳) محاسبه می‌شود و بیان گردید که  $X_i X_j (= \mp 1)$  است و اگر در سیستم خطایی وجود نداشته باشد آنگاه حاصل ضرب  $X_i X_j$  عدد  $+1$  خواهد شد، در نتیجه مقدار عبارت  $[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m X_i X_j]$  که در آن همه عبارات  $X_i X_j$  برابر با  $+1$  هستند کمترین مقدار ممکن خود می‌شود پس در این صورت انرژی سیستم کمینه خواهد شد. در صورت به وجود آمدن خطا در هنگام ارسال برهم کنش‌ها، ممکن است یک یا چند برهم کنش تغییر کنند. این تغییر باعث می‌شود که گیرنده در ساختن حالت اصلی اسپین‌ها دچار مشکل شود و اسپین‌هایی با حالاتی متفاوت از اسپین‌های ارسالی را بسازد در این مورد گیرنده در یک یا چند مورد از تعیین حالات اسپین‌ها دچار خطا می‌شود (یعنی  $X_i X_j \neq 1$ ). در این صورت در برخی از موارد حاصل ضرب  $X_i X_j$  برابر با  $-1$  خواهد شد و برای حالات درست  $X_i X_j$  برابر با  $+1$  می‌شود و انرژی سیستم که از مجموع این حالات بدست می‌آید دیگر کمینه نخواهد شد.

با توجه [18] که می‌گوید اگر خطایی پیش نیاید انرژی سیستم کمترین مقدار ممکن می‌شود پس در صورت به وجود آمدن خطا این انرژی کمینه نخواهد شد و خطا به راحتی تشخیص داده می‌شود. برای تصحیح خطا بایستی روشی پیاده شود تا انرژی سیستم کمینه شود و هرچه انرژی سیستم کمتر شود به این معنی است که خطای کمتری در سیستم وجود دارد. به منظور کاهش انرژی سیستم و در نتیجه تصحیح خطا در این روش



تعداد اسپین‌های قرار گرفته در محیط به کل اسپین‌ها کاهش می‌یابد چون اگر ساختار قرارگیری اسپین‌ها دوبعدی در نظر گرفته شود (یعنی  $N = L^2$  که  $N$  اندازه پیام است) تعداد برهم کنش‌های قرار گرفته در محیط برابر با  $4(L-1)$  و تعداد کل برهم کنش‌ها برابر با  $2(L^2 - L)$  است در این صورت هر چه اندازه مدل بزرگ‌تر باشد نسبت تعداد برهم کنش‌های قرار گرفته در میانه به کل برهم کنش‌ها افزایش یافته و در صورت بروز خطا، این خطا با دقت بیشتری تصحیح می‌شود.

راه بهتر حل این مشکل این است که توپولوژی شبکه به صورت آرایه‌ای چرخشی<sup>۱۳</sup> در نظر گرفته شود، در این صورت همه اسپین‌ها دارای چهار همسایه خواهند بود.

با استفاده از این ساختار دقت عمل الگوریتم برای تعیین حالت اسپین‌های محیطی بسیار افزایش می‌یابد ولی عیب این روش این است که نرخ انتقال (R) پایینی دارد زیرا با استفاده از این روش اگر اندازه پیام  $N$  باشد این اسپین‌ها دارای  $2N$  برهم کنش هستند پس بایستی  $2N$  برهم کنش ارسال شود که نرخ انتقال برابر خواهد بود با:

$$R = \frac{N}{2N} = \frac{1}{2}$$

که نرخ انتقال پایینی است. این در حالی است که در ساختار در نظر گرفته شده در شکل ۳ برای پیامی با اندازه  $N$  بیت نیاز به ارسال  $2(N - \sqrt{N})$  برهم کنش است که نرخ انتقال در این روش برابر خواهد بود با:

$$R = \frac{N}{2(N - \sqrt{N})}$$

که از روش دیگر دارای نرخ انتقال بهتری است ولی دقت آن کمتر است.

#### ۴-۱- بروز خطا

میل می‌کند تا به جواب مورد نظر که تصحیح خطا و پیام بدون خطا و یا با حداقل خطا است برسیم.

#### الگوریتم ۱: الگوریتم پیشنهادی تصحیح خطا

##### Error correcting

##### Begin

- 1 Select one spin  $i$  randomly at a time
- 2 Change the state of spin  $i$  (from 0 to 1 or 1 to 0)
- 3 Calculate the new energy of the network  
( $E_{new} = \sum_{i=1}^N E_i$ )
- 4  $\Delta E = E_{new} - E_{old}$
- 5 If  $\Delta E < 0$  then accept this change  
Else If  $\Delta E > 0$  then accept this change with probability  $e^{-\frac{\Delta E}{T}}$   
else Ignore change
- 6 Continue this process with decreasing temperature till either  $\Delta E$  remains near 0 for several iterations [i.e., the system has reached steady state, or  $T$  has reached near 0 (system has been cooled)]

##### End

#### ۴- تحلیل و آزمایش

در روش ارائه شده در این مقاله خطاها با دقت ۱۰۰٪ تشخیص داده می‌شوند ولی دقت تصحیح خطا به عوامل دیگری مانند تعداد برهم کنش‌های دچار خطا شده، تعداد دفعات تکرار الگوریتم تصحیح خطا، توپولوژی شبکه، اندازه شبکه و ... بستگی دارد.

چون گیرنده حالت هر اسپین را به وسیله حالت اسپین‌های همسایه‌هایش بدست می‌آورد و انرژی کل سیستم نیز بین هر اسپین با همسایه‌هایش محاسبه می‌شود هر چه تعداد همسایه‌های یک اسپین بیشتر باشد حالت یک اسپین با دقت بیشتری بدست خواهد آمد. در توپولوژی آرایه‌ای نشان داده شده در شکل ۳، اسپین‌های میانی هر کدام دارای چهار همسایه هستند ولی اسپین‌های قرار گرفته در محیط (دور) دارای سه همسایه و اسپین‌های محیطی قرار گرفته در گوشه‌ها دارای دو همسایه هستند، پس در صورت بروز خطا در برهم کنش‌های قرار گرفته در محیط دقت تصحیح خطا کاهش می‌یابد، یکی از راه‌های کم اثر کردن این مشکل این است که مدل دوبعدی بزرگ‌تری از اسپین‌ها ساخته شود. در این صورت نسبت

<sup>۱۳</sup> Wrap-Around



در این مقاله دو توپولوژی برای قرارگیری اسپین‌ها در کنار هم در نظر گرفته شده است که شامل توپولوژی‌های آرایه‌ای و آرایه‌ای چرخشی است. در مواردی که توپولوژی چینش بیت‌ها در کنار هم، به صورت آرایه‌ای باشد، بیت‌های قرار گرفته در محیط نسبت به بیت‌های میانی دارای همسایگان کمتری هستند و اگر دچار خطا شوند با دقت کمتری تصحیح خواهند شد. در حالت توپولوژی شبکه به صورت آرایه‌ای چرخشی همه بیت‌ها دارای ۴ همسایه هستند. البته می‌شود برای هر بیت ۸ همسایه نیز در نظر گرفت که در این صورت دقت افزایش می‌یابد.

## ۴،۲- آزمایش

در این بخش به انجام آزمایش بر روی روش ارائه شده پرداخته و تأثیر عوامل گفته شده، روی دقت این روش بررسی خواهد شد. توجه اینکه در آزمایش‌های زیر منظور از کارایی<sup>۱۴</sup> درصد مواقعی است که الگوریتم می‌تواند خطا را به صورت کامل تصحیح کند.

در مورد آزمایش‌ها و نتایج گرفته شده از آن‌ها بایستی به نکات زیر توجه داشت:

الف) در این آزمایش‌ها هنگامی نتیجه پذیرفته می‌شود که الگوریتم بتواند تمام خطاها را تصحیح کند و اگر از میان خطاهای بزرگ به وجود آمده حتی نتواند یک خطا را تصحیح کند، این نتیجه به عنوان نتیجه غلط در نظر گرفته می‌شود، دیده می‌شود حتی در مواقعی که نتیجه پذیرفته نمی‌شود، این الگوریتم توانسته در بیشتر مواقع اکثر خطاهای به وجود آمده را اصلاح کند، از این نکته می‌توان استنباط کرد، در مواقعی مانند انتقال صوت که از بین رفتن یک یا چند بیت مهم نباشد، بازدهی این روش بسیار بیشتر از آن چیزی خواهد بود که در آزمایش‌ها بیان شده است و کارایی آن افزایش می‌یابد.

ب) می‌توان با اعمال چند باره الگوریتم تصحیح خطا به سیستم (چند بار گرم و سرد کردن سیستم) دقت روش را افزایش داد. در آزمایش‌های گفته شده در زیر، الگوریتم تصحیح خطا فقط یک بار به سیستم اعمال

در صورت به وجود آمدن خطا در هنگام ارسال برهم کنش‌های بین اسپین‌ها، عملیات بازسازی در مقصد با مشکل مواجه شده و سیستم دارای کمترین انرژی نخواهد شد. عواملی مانند تعداد برهم کنش‌های دچار خطا شده، اندازه شبکه و توپولوژی شبکه در کارایی و دقت این الگوریتم تصحیح خطا موثر هستند که در زیر به بررسی تأثیر هر یک از آن‌ها بر روی دقت این روش پرداخته خواهد شد:

## الف- اندازه خطا

هرچه تعداد برهم کنش‌هایی که دچار خطا می‌شوند بیشتر باشد دقت این روش کاهش می‌یابد.

هرچه اندازه خطا بزرگ‌تر شود پس از اعمال الگوریتم تصحیح خطا، تعداد حالاتی از قرارگیری اسپین‌ها که در آن‌ها انرژی شبکه کمینه می‌شود بیشتر می‌شود یعنی چند حالت چینش مختلف به وجود می‌آید که در آن‌ها انرژی شبکه کمینه است ولی فقط یکی از این حالت‌ها معادل شبکه بدون خطا است و بقیه حالت‌ها معادل شبکه بدون خطا نیستند. در نتیجه دقت روش کاهش می‌یابد.

نکته قابل توجه اینکه در اکثر سیستم‌های امروزی نرخ خطا بسیار پایین است.

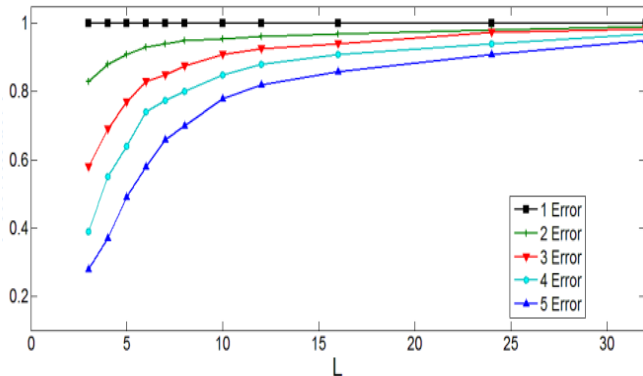
## ب- اندازه شبکه

هر چه اندازه شبکه یعنی اندازه پیامی که تصحیح خطا روی آن انجام می‌شود بزرگ‌تر باشد، دقت روش افزایش می‌یابد، زیرا در این حالت نسبت تعداد برهم کنش‌های دچار خطا شده به کل برهم کنش‌ها کاهش می‌یابد، این تأثیر گذاری بالاخص در زمانی که نحوه چینش در شبکه به صورت آرایه‌ای و نه چرخشی باشد به وضوح دیده می‌شود زیرا در این حالت نسبت برهم کنش‌های قرار گرفته در محیط به کل برهم کنش‌ها کاهش یافته و برهم کنش‌های بیشتری در میانه قرار می‌گیرند.

## ج- توپولوژی شبکه

<sup>۱۴</sup> - Performance

Wraparound network



**شکل ۵- تأثیر اندازه شبکه و اندازه خطای به وجود آمده بر روی کارایی روش ارائه شده در حالتی که توپولوژی شبکه به صورت آرایه‌ای چرخشی باشد**

**۴,۲,۲- بررسی تأثیر اندازه خطا**

در آزمایش‌های ارائه شده در شکل ۶ و ۷ به بررسی تأثیر اندازه خطا بر روی کارایی و دقت روش ارائه شده پرداخته شده است و این اثرگذاری در دو حالت توپولوژی شبکه یعنی توپولوژی‌های آرایه‌ای و آرایه‌ای چرخشی نشان داده شده است که شکل ۶ مربوط به توپولوژی آرایه‌ای و شکل ۷ مربوط به حالت توپولوژی آرایه‌ای چرخشی است. همان‌طور که در این دو شکل دیده می‌شود هرچه اندازه خطای بوجود آمده بزرگ‌تر باشد دقت روش برای شبکه‌هایی با اندازه‌های گوناگون کاهش می‌یابد زیرا در این صورت چندین حالت داریم که در آن‌ها انرژی سیستم کمینه می‌شود و فقط یکی از این حالات حالت درست شبکه است و نیز دیده می‌شود که هرچه اندازه یک شبکه بزرگ‌تر باشد تأثیر اندازه خطا کمتر می‌شود.

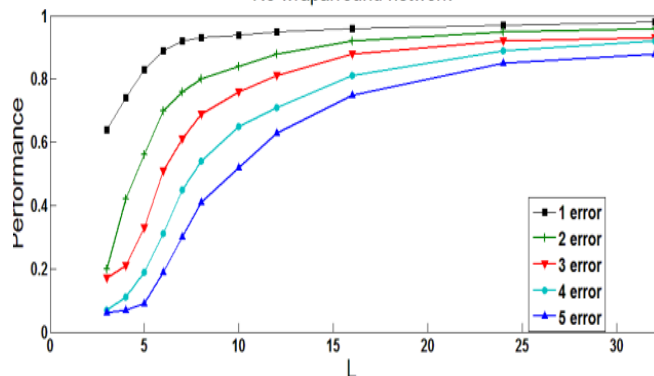
شده است. پس می‌توان با انجام چند باره این کار دقت و کارایی افزایش داد.

**۴,۲,۱- بررسی تأثیر اندازه شبکه**

در آزمایش‌های ارائه شده در شکل ۴ و ۵ به بررسی تأثیر اندازه شبکه بر روی دقت و کارایی این روش پرداخته شده است و این اثرگذاری در دو حالت توپولوژی شبکه یعنی توپولوژی‌های آرایه‌ای و آرایه‌ای چرخشی نشان داده شده است که شکل ۴ مربوط به توپولوژی آرایه‌ای و شکل ۵ مربوط به حالت توپولوژی آرایه‌ای چرخشی است. همان‌طور که در این دو شکل دیده می‌شود هر چه اندازه بعد شبکه ( $L$ ) بزرگ‌تر می‌شود میزان کارایی روش برای خطاهایی با اندازه‌های مختلف افزایش یافته و به ۱۰۰٪ نزدیک‌تر می‌شود. و نیز دیده می‌شود که هر چه اندازه خطا بزرگ‌تر باشد دقت روش کاهش می‌یابد، به عنوان مثال در حالت آرایه‌ای چرخشی، دقت روش برای خطای روی یک برهم کنش برابر با ۱۰۰٪ است و برای خطاهایی با اندازه بزرگ‌تر میزان دقت کاهش می‌یابد.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود در توپولوژی آرایه‌ای چرخشی دقت و کارایی بیشتر از توپولوژی آرایه‌ای است ولی عیب این توپولوژی این است که در آن نرخ انتقال پایین است.

No wraparound network



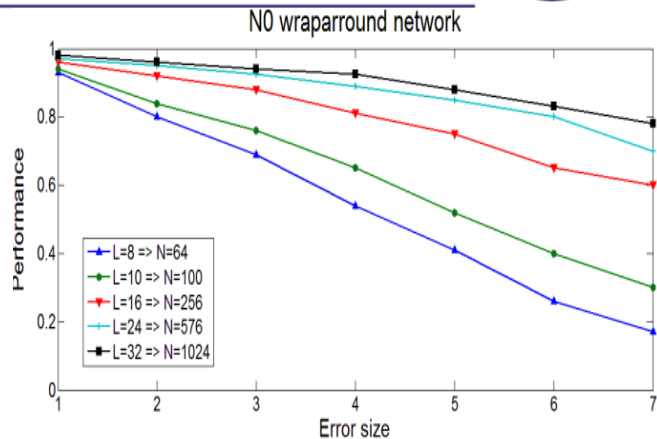
**شکل ۴- تأثیر اندازه شبکه و اندازه خطای به وجود آمده بر روی کارایی روش ارائه شده در حالتی که توپولوژی به صورت آرایه‌ای باشد**



آزمایشات نشان می‌دهد که روش ارائه شده همیشه خطا را تشخیص داده و تصحیح را نیز با دقت و کارایی مناسبی انجام می‌دهد.

یکی از مزایای این روش این است که اگر پیامی در چندین بیت دچار خطا شود، این الگوریتم زمانی که نتواند به طور کامل همه خطاها را تصحیح کند، می‌تواند اکثر آنها را تصحیح نماید از این قابلیت می‌توان برای انتقال بسته‌هایی مانند صوت که مقدار کمی از بین رفتن داده‌ها در آنها مهم نیست استفاده کرد.

چون در اکثر سیستم‌های امروزی تعداد بیت‌هایی که دچار خطا می‌شوند کم است و روش ارائه شده در تعداد خطای کم دارای دقت بسیار بالایی است پس می‌تواند برای سیستم‌های امروزی بسیار کارآمد باشد



شکل ۶- تأثیر اندازه خطای به وجود آمده بر روی کارایی روش ارائه شده در حالتی که توپولوژی شبکه به صورت آرایه‌ای باشد.

مراجع

[1] MajidVafaeiJahan and Mohammad-R.Akbarzadeh-Totonchi, "From Local Search to Global Conclusions: Migrating Spin Glass-Based Distributed Portfolio Selection", IEEE Transactions On Evolutionary Computation, VOL. 14, NO. 4, August 2010

[2] Bar-Yam, Yaneer, "Dynamics of Complex System", Addison Wesley Longman, Inc.(1997)

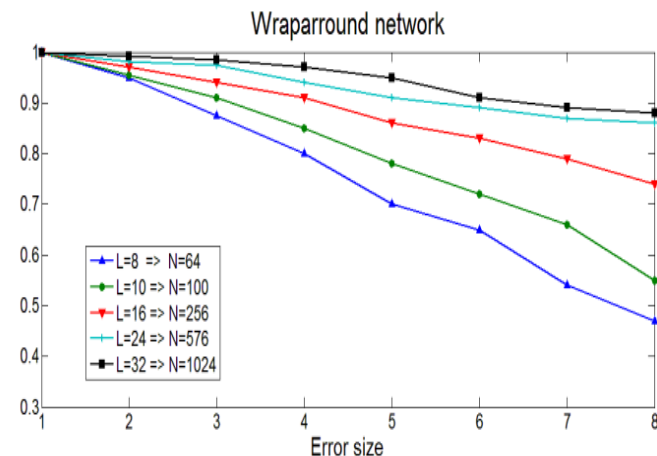
[3] M. Me´zard, G. Parisi, M.A. Virasoro, "Spin Glass Theory and Beyond", World Scientific, Singapore, (1987).

[4] H. Nishimori, "Statistical Physics of Spin Glasses and Information: An Introduction", Oxford University Press, Oxford, (2001).

[5] S. F. Edwards and P. W. Anderson, "Theory of spin glasses", J. Phys. F: Met. Phys. 5, 965 (1975).

[6] D.Sherrington, S.Kirkpatrick, "Solvable model of a Spin-Glass", Phys. Rev. Lett. Vol.35 (1975) 1792.

[7] H.Nishimori, Prog. Theor. Phys. 66 (1981) 1169



شکل ۷- تأثیر اندازه خطای به وجود آمده بر روی کارایی روش ارائه شده در حالتی که توپولوژی شبکه به صورت آرایه‌ای چرخشی باشد

## ۵- نتیجه گیری

روشی که ارائه شد، روشی ساده و کارا برای تشخیص و تصحیح خطا می‌باشد. که در آن از اجسام فیزیکی برای حل مسئله تصحیح خطا استفاده شده است. این اجسام فیزیکی اسپین گلاس های مدل آیزینگ هستند. در این روش به جای انتقال اسپین‌ها برهم کنش بین اسپین‌ها برای گیرنده ارسال شده و گیرنده سعی می‌کند در صورت وجود خطا از روی این برهم کنش‌ها خطا را تصحیح نماید که برای تصحیح خطا از الگوریتم تبرید تدریجی که یک الگوریتم بهینه سازی می‌باشد استفاده شده است.



# چهارمین کنفرانس مهندسی برق و الکترونیک ایران

4th Iranian Conference on Electrical and Electronics Engineering (ICEEE2012)

دانشگاه آزاد اسلامی کتاباد- ۷ و ۸ و ۹ شهریور ماه ۱۳۹۱



- [8] Hidetoshi Nishimori : "*Spin glasses and information*" , Physica A 384 pp:94–99,(2007)
- [9] S.Kirkpatrick, R.H. Swendsen, "*Statistical mechanics and disordered systems*", Journal of Europhysics letters, Vol 2, No 15, April (2004).
- [10] E.Bolthausen, A.Bovier, "*Spin Glasses*", Springer Verlag Berlin Heidelberg, (2007).
- [11] C.T.Lin and C.S.G Lee, "*A Multi-Valued Boltzmann Machine*" , IEEE Transaction on Systems. Man and cybernetics. Vol. 25 , NO. 4 , April (1995)
- [12] P.Sarkar , " *A Brief History of Cellular Automata*",ACM Computing Surveys, Vol. 32, No. 1, March (2000).
- [13] S. Haykin, "*Neural Networks .A Comprehensive Foundation*", 2th Edition, Prentice Hall, (1999).
- [14] L. Ingber, "*Simulated annealing: Practice versus theory*", Mathematical Computer Modeling, Vol. 18, No.11, Dec (1993).
- [15] F. Krzakala, "*On temperature chaos in Ising and XYSpin Glasses*", Journal of Europhysics letters, Vol 2, No 15, April(2004).
- [16] M. Ostili, "*Ising spin glass models versus IsingModels, an effective mapping at high temperature: II.Applications to graphs and networks*", Journal of StatisticalMechanics: Theory and Experiment, (2006).
- [17] Shannon,C.E, "*A Mathematical Theory of Communication*", Bell Sys.Tech.J., 27, 379 (1948); 27, 623 (1948).
- [18] Nicolas Sourlas, "*STATISTICAL MECHANICS AND ERROR-CORRECTING CODES*",Nature, 339, 693 (1989).